

2013-02

# Evolución del conocimiento sobre la proporcionalidad: Una experiencia de formación de docentes en servicio

Gutiérrez Aguilar, Carmen Oliva

---

Gutiérrez Aguilar, C.O., Ávila Storer, A. "Evolución del conocimiento sobre la proporcionalidad: Una experiencia de formación de docentes en servicio" 2013. In Preciado Babb, A. P., Solares Rojas, A., Sandoval Cáceres, I. T., & Butto Zarzar, C. (Eds.). Proceedings of the First Meeting between the National Pedagogic University and the Faculty of Education of the University of Calgary. Calgary, Canada: Faculty of Education of the University of Calgary.

<http://hdl.handle.net/1880/49740>

*Downloaded from PRISM Repository, University of Calgary*

# EVOLUCIÓN DEL CONOCIMIENTO SOBRE LA PROPORCIONALIDAD: UNA EXPERIENCIA DE FORMACIÓN DE DOCENTES EN SERVICIO

Carmen Oliva Gutiérrez Aguilar y  
Alicia Ávila Storer  
*Universidad Pedagógica Nacional-Ajusco*

*En el escrito se exponen los resultados de una experiencia de formación continua, realizada al interior de una escuela primaria con el conjunto de sus profesores. En ella se trabajó un taller con el tema de la proporcionalidad y su enseñanza. La investigación, de corte cualitativo y basada en el análisis de las participaciones verbales de los profesores, se basó en dos ideas fundamentales: la primera fue que este tipo de experiencias, donde los profesores analizan los contenidos matemáticos que deben enseñar y el aprendizaje se basa en la resolución de problemas y el intercambio de puntos de vista a partir de dichos problemas, puede modificar y enriquecer los conocimientos matemáticos y las actitudes de los profesores hacia su enseñanza. La segunda idea que sustentó el trabajo, fue que la participación de todos los profesores de una escuela en un taller como el propuesto, puede aumentar la probabilidad de que se logren cambios efectivos en ese grupo de docentes y, con un trabajo constante, lograr la transformación del grupo en una comunidad de práctica. Las actividades realizadas en torno a estas ideas, entonces, buscaron modificar las concepciones que los profesores tenían acerca de las matemáticas y su enseñanza. Los resultados permiten confirmar la primera de nuestras ideas y, además, suponer que las modificaciones conceptuales logradas, cualquiera que éstas sean, favorecen un mejor aprendizaje en los alumnos. Respecto de la segunda sólo tenemos indicios positivos, pero confirmarla requiere el desarrollo de una nueva investigación.*

*This work expose the results of an experience of continuous formation, this was realized at the interior of a primary school with the whole professors. We worked a workshop with the topic of proportionality and it's teaching. The research, of qualitative cut-off and based on the analysis of the verbal participation of the professors, was based on two essential ideas: the first one was that this type of experiences, where professors analyze the mathematical contains they have to teach and the knowledge is based on problems resolution and exchanging of points of view coming from those problem, can modify and enrich the mathematical knowledge and attitudes of professors towards its teaching. The second idea that supports this work was that all-professor participation in a workshop as the proposed can increase the probability of achieving effective changes in that teachers group and, with a constant work, achieving the group transformation in a practice community. The activities around this idea where looking forward to modify the conceptions that professors had towards mathematics and its teaching. Results allow confirm the first of our ideas and, in addition, deduce that the conceptual modifications achieved, whatever they are, promote a better students learning. About the second idea we just have positive circumstantial evidence, but it's required the development of a new research in order to confirm it.*

## LA FORMACIÓN DOCENTE EN MATEMÁTICAS

En México la Secretaría de Educación Pública (SEP) creó en 1995 el Programa Nacional para la Actualización Permanente de los Maestros en Servicio (PRONAP) con el propósito de ofrecer a los y las docentes diferentes actividades para su formación. Sin embargo, existe una oferta reducida de cursos para matemáticas (sólo 50 de 1115 títulos en el año 2012<sup>1</sup>), la mayoría de ellos busca preparar a los docentes para aplicar el enfoque por competencias –introducido en la reciente reforma educativa (SEP; 2011)– y dejan de lado el conocimiento disciplinar y pedagógico de las matemáticas.

Algunos investigadores que han incursionado en la formación docente en matemáticas (Block, Avila, Trigueros, Parada, Figueras, Pluinage, Fernández, Llinares, Rivas, Godino) sugieren trabajar con los profesores para mejorar sus conocimientos matemáticos (en lo disciplinar y lo pedagógico) pues las investigaciones señalan que la mayoría de ellos tienen una formación insuficiente en matemáticas, lo cual puede representar un obstáculo para el éxito en la enseñanza.

## LA PROPORCIONALIDAD COMO CONTENIDO ESCOLAR

La enseñanza de la proporcionalidad se incluye en el currículo de México a partir del cuarto grado de educación primaria, e implícitamente se trabaja desde el primer grado (SEP, 2011). Los profesores la consideran un tema importante y dedican tiempo a su enseñanza, pero las pruebas estandarizadas (PISA<sup>2</sup>, EXCALE<sup>3</sup> –Exámenes de la Calidad y el Logro Educativos–, ENLACE<sup>4</sup> –Evaluación Nacional de logro Académico en Centros Escolares–) muestran que las habilidades matemáticas ligadas al tema aún no logran desarrollarse en forma satisfactoria en los alumnos.

### La proporcionalidad en los libros de texto

Las investigaciones sobre el aprendizaje de la proporcionalidad han mostrado que el uso de relaciones escalares es el más intuitivo, lograr que los alumnos utilicen la relación funcional de manera significativa requiere de un proceso de enseñanza intencionado, que conlleva una modificación cuidadosa y sistemática de los problemas. Con base en tal idea, en los libros de texto mexicanos el tema de la proporcionalidad se inicia con la resolución de problemas del tipo valor faltante, utilizando estrategias basadas en el manejo de relaciones escalares (cálculo de mitades, dobles, triples...) y haciendo uso de la propiedad  $f(a+b)=f(a)+f(b)$ . Progresivamente se modifican las situaciones de aprendizaje hasta que es indispensable el uso de relaciones funcionales y la constante de

---

<sup>1</sup>Cf. <http://formacioncontinua.sep.gob.mx>

<sup>2</sup> En la competencia matemática que mide la prueba Pisa, México se sitúa en el nivel 1 con 419 puntos en el 2009. Con este puntaje, de acuerdo con la OCDE, un poco más de la mitad de los estudiantes que terminan la primaria sólo son capaces de resolver preguntas muy bien definidas, con instrucciones directas en situaciones explícitas. (SEP, 2011a).

<sup>3</sup> Excale es una prueba basada en el currículo nacional, evalúa al sistema educativo en su conjunto. Cf. <http://www.inee.edu.mx/explorador/queSonExcale.php>

<sup>4</sup> Enlace se centra en el conocimiento académico individual. Cf. <http://www.enlace.sep.gob.mx/ba/>

proporcionalidad porque el uso de estrategias basadas en las relaciones escalares ya no son útiles para obtener las soluciones.

El enfoque propuesto en los materiales oficiales para la enseñanza de la proporcionalidad es complejo, y en los programas de actualización estas cuestiones no se han tratado de manera suficiente, lo que justifica proponer y experimentar propuestas de formación de maestros sobre el tema.

## **LA INVESTIGACIÓN**

Nuestro propósito fue promover y analizar un proceso de formación con el conjunto de profesores de una escuela primaria, en el que se abordó el conocimiento disciplinar y pedagógico relacionado a la proporcionalidad. La planeación y desarrollo, concretada en un taller, se sustentó en lo siguiente: a) los contenidos que los profesores deben enseñar son de su interés; b) los conocimientos matemáticos y pedagógicos de los profesores sobre la proporcionalidad son insuficientes para gestionar exitosamente la propuesta oficial; c) un proceso de formación donde se discute, analizan e intercambian experiencias sobre un tema de su interés, producirá modificaciones en los conocimientos de los participantes; d) el proceso de formación compartido por una comunidad resulta más provechoso que aquél que se realiza en forma individual o en grupos de docentes de diferentes escuelas; e) el cambio en los conocimientos disciplinares y pedagógicos, puede favorecer cambios en las prácticas de enseñanza y mejorar la participación de los profesores en la comunidad escolar.

### **Diseño del taller y metodología del estudio**

La investigación se llevó a cabo en una escuela primaria del Distrito Federal con 14 profesores interesados en actualizarse, a pesar de no contar con tiempo suficiente para ello. Se trabajaron siete sesiones (una por mes) de dos horas con 30 minutos cada una, dentro de la jornada laboral. Los participantes propusieron un curso práctico y dinámico, con estrategias para aplicar en las aulas y con “poca teoría”. Por “teoría” se referían a lecturas que no contenían actividades para aplicar en el aula.

A lo largo de las sesiones se analizaron y discutieron los siguientes conceptos: comparación absoluta y relativa, razón, proporción, relación escalar y funcional, constante de proporcionalidad, tablas y gráficas de variación proporcional. Los procesos cognitivos de los niños, el análisis de libros de texto y estrategias de enseñanza y aprendizaje del tema también se abordaron. Es decir, se trabajó el conocimiento matemático y conocimiento pedagógico vinculado a la proporcionalidad (cf. Hill, Ball y Schilling, 2008).

Ahora bien ¿hasta dónde algo que se dice sobre la proporcionalidad es sólo matemático?, ¿hasta dónde es sólo pedagógico? Sabemos que los límites son borrosos. No obstante, en esta ponencia tratamos de centrar el análisis en el conocimiento disciplinar, específicamente en el discurso que se fue construyendo en torno a la proporcionalidad y las relaciones matemáticas que ésta implica.

### **Planeación de las sesiones del taller y recolección de evidencias**

Las sesiones del taller se planearon retomando algunas actividades propuestas por Llinares (en Giménez et. al., 1996). En cada sesión se propuso la resolución de al menos un problema que implicaba la noción de proporcionalidad (por el poco tiempo disponible, los problemas sólo se plantearon en

contexto aritmético); después se analizaban las estrategias de solución y la forma en que sus alumnos (supuestamente) lo resolverían, y se realizaba una lectura para aclarar, complementar o institucionalizar los conceptos trabajados durante la sesión. También se realizaron actividades vinculadas a tareas profesionales docentes (Llinares en Giménez et. al., 1996), por ejemplo: análisis de libros de texto y planeación de secuencias de enseñanza. El trabajo se organizó individualmente, en pequeños grupos y en sesión colegiada para compartir resultados y/o conclusiones.

Para recolectar las evidencias que nos permitieran analizar la evolución del conocimiento de los profesores se aplicó, a manera de diagnóstico, un cuestionario inicial sobre la proporcionalidad y su enseñanza, las sesiones se video-grabaron y se recolectaron tareas escritas (problemas resueltos, observaciones al trabajo de los alumnos, evaluación de cada sesión y cuestionario final). El discurso de los docentes generado en cada sesión sobre el conocimiento de la proporcionalidad fue considerado también un insumo fundamental del trabajo de indagación. Esta idea es utilizada con frecuencia en investigaciones de educación matemática –por ejemplo los trabajos recientes de Fernández, Llinares y Valls o Rey (2011)– aunque pocas veces se hace referencia explícita a esta opción metodológica.

## **EL DISCURSO A LO LARGO DEL TALLER**

### **¿Comparación absoluta o relativa?**

A lo largo del taller, y a través del discurso de los docentes, observamos modificaciones a su conocimiento de la proporcionalidad. En la primera sesión, al resolver los problemas planteados, los profesores se mostraron inquietos pues los consideraron muy complejos, incluso parecían angustiados. Cuatro profesores se dijeron conocedores del tema, el resto (9 de 13) manifestó no estar familiarizado con él porque no lo trabaja en su grupo –“durante mucho tiempo he dejado de dar clase a quinto y sexto, son de repente temas nuevos para mí”–.

Aquí se escucha la voz de la directora con comentarios como “¡Maestros, se vale no saber!”. Y es que los profesores participantes (incluidos los ‘conocedores’) no lograron diferenciar, de entre un conjunto de problemas, los vinculados a la idea de proporcionalidad. Por ejemplo, el problema “Marcos es ciclista y recorre 25 km en 20 minutos. Lucía también es ciclista y recorre 20 km en 15 minutos ¿Quién lleva mayor velocidad?”, implica la comparación de razones para su solución, pero los profesores no lo vieron como factible de resolver con la idea de proporcionalidad. En cambio, clasificaron como una situación proporcional el siguiente problema: “¿Cuántos años tendrá Pedro cuando Juan tenga 24 años?

Edad de Juan	4	8	16	20	24
Edad de Pedro	12	16	24	28	?

En este punto del proceso, la existencia y conservación de una relación aditiva (8) fue suficiente para considerarlo “de proporcionalidad”.

### **El proceso de cambio: los inicios**

El cambio en las ideas de los profesores sobre la proporcionalidad se inició con la interacción alrededor de varios problemas. Como ejemplo, el siguiente problema se incluyó para hacer notar la diferencia

entre la comparación absoluta (aditiva) y la comparación relativa (razón) entre las cantidades, así como la relevancia de diferenciarlas: “Hace 5 años un árbol de mangos medía 8m y un árbol de naranjas medía 10m, en la actualidad el árbol de mangos mide 14m y el de naranjas mide 16m. Después de 5 años ¿qué árbol ha crecido más?, ¿qué árbol consideras que ha tenido un crecimiento más lento?”

Los profesores mostraron dificultades con la comparación relativa, la relación funcional y la comparación de razones, pero usaron adecuadamente las relaciones escalares y la comparación absoluta. Como dijimos, la discusión alrededor de la forma de solucionar los problemas y el tipo de relaciones que implicaba la estrategia de solución, fue el detonante para avanzar en el conocimiento. La siguiente discusión así lo muestra:

“Entonces, ¿qué árbol ha crecido más, ninguno?”, “Yo considero que la respuesta puede ser que han crecido lo mismos 6 metros. La diferencia está en que no empezaron en la misma altura”, “Que uno creció más rápido que otro”, “¿Y cuál es la respuesta?”, “A mí se me ocurrió que la relación es que crecen igual, pero luego me pregunté qué tanto es 14 de 8 y que tanto es 16 de 10, comparé las dos fracciones  $[8/14, 10/16]$  y resulta que el de naranjas creció más lento”, “Yo lo hice en función de que son árboles independientes, el de mangos tenía 8 metros y creció a 14, entonces 8 es el 100% del árbol y aumentó 6 metros más; esos 6 metros ¿qué porcentaje es de los 8 iniciales”

En este breve intercambio, se ve cómo: se abandona la comparación absoluta que era compartida al inicio del diálogo y se considera la comparación relativa (“La respuesta puede ser que han crecido lo mismos 6 metros. La diferencia está en que no empezaron en la misma altura”, “uno creció más rápido que otro”); se incorpora la comparación de razones (“Luego me pregunté qué tanto es 14 de 8 y que tanto es 16 de 10, comparé las dos fracciones  $[8/14, 10/16]$  y resulta que el de naranjas creció más lento”); se confirma la validez de la comparación de razones y se incorpora la idea de porcentaje como estrategia alternativa (“El de mangos tenía 8 metros y creció a 14, entonces 8 es el 100% del árbol y aumentó 6 metros más; esos 6 metros ¿qué porcentaje es de los 8 iniciales”).

Las discusiones finalizaban cuando los profesores exponían su forma de resolver o representar las situaciones en cuestión o se aclaraban los conceptos. Poco a poco se fueron apropiando de los conceptos y hacían uso del lenguaje institucional correspondiente.

## CONCLUSIONES

Al iniciar el taller los conocimientos que los profesores mostraron sobre la proporcionalidad eran escasos, pero durante el proceso se avanzó en el conocimiento del tema; se incorporaron o aclararon ideas sobre proporcionalidad así como el lenguaje matemático vinculado al tema. También se reconoció la importancia de dominar los conocimientos matemáticos para enseñarlos mejor, aunque el tiempo no fue suficiente para abordar a profundidad todos los aspectos de la proporcionalidad y al final del taller, aún se resolvían con más facilidad los problemas que es posible resolver utilizando relaciones escalares. Por otra parte, los profesores reconocieron las repercusiones de su trabajo sobre el trabajo de los otros y las ventajas de funcionar como un colectivo para planear e impartir la enseñanza.

En una experiencia de este tipo, es relevante la participación de quien dirige un plantel escolar. En este caso la directora jugó un papel importante apoyando a los profesores en la aceptación del “no saber”,

en la reflexión sobre las limitaciones de la formación que recibieron como docentes y la importancia de la acción colectiva basada en el acuerdo y la planeación.

Consideramos que esta investigación es un buen comienzo para apoyar a los profesores a ‘mirar’ de otro modo la proporcionalidad y las situaciones de enseñanza y aprendizaje vinculadas. “Lo comprendo mejor y esto me permite trabajarlo de otro modo, [pero] necesito continuar con el aprendizaje”

## Referencias

- Fernández, Z., Llinares, S. y Valls, J. (2011). Características del desarrollo de una mirada profesional en estudiantes para profesor de matemáticas en un contexto b-learning. *Acta Scientiae*, v.13, n.1, jan/jun. 2011. pp. 9–29.
- Giménez, J., Llinares, S., Sánchez, V. (1996). *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada, España: Comares.
- Gutiérrez, C. (2008). *Proceso de reflexión en un taller de matemáticas para docentes en servicio*. Tesis de Maestría no publicada, Universidad Pedagógica Nacional, México.
- Hill, H.C., Ball, D. y Schilling, S. G. (2008). “Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers’ Topic-Specific Knowledge of Students”. *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 39, No. 4, 372–400
- Rey, C. (2011). *Construcción de conocimientos acerca de la intervención curricular en el aprendizaje de las matemáticas en un entorno virtual*. Tesis de doctorado no publicada. Departamento de innovación y formación didáctica, Universidad de Alicante: España.
- Secretaría de Educación Pública. (2010). *Libros de Matemáticas del alumno de primero a sexto grado*. México: Autor.
- Secretaría de Educación Pública. (2011). *Plan y programas de estudio: Educación básica. Primaria*. México: Autor.
- Secretaría de Educación Pública. (2011a). *Competencias para el México que queremos: Hacia PISA 2012*. México: Autor.