

2013-02

Introducción al pensamiento algebraico en entornos digitales de aprendizaje: Derivaciones y apoyos didácticos para el profesor de educación primaria

Butto Zarzar, Cristianne

Butto Zarzar, C., Delgado Fernández, J. "Introducción al pensamiento algebraico en entornos digitales de aprendizaje: Derivaciones y apoyos didácticos para el profesor de educación primaria" 2013. In Preciado Babb, A. P., Solares Rojas, A., Sandoval Cáceres, I. T., & Butto Zarzar, C. (Eds.). Proceedings of the First Meeting between the National Pedagogic University and the Faculty of Education of the University of Calgary. Calgary, Canada: Faculty of Education of the University of Calgary.

<http://hdl.handle.net/1880/49742>

Downloaded from PRISM Repository, University of Calgary

INTRODUCCIÓN AL PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN ENTORNOS DIGITALES DE APRENDIZAJE: DERIVACIONES Y APOYOS DIDÁCTICOS PARA EL PROFESOR DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Cristianne Butto Zarzar y Joaquín Delgado Fernández
*Universidad Pedagógica Nacional-Ajusco,
Universidad Autónoma Metropolitana -Iztapalapa*

Estudios centrados en el profesor han definido agendas de investigación sobre el aprendizaje y el desarrollo profesional del profesor de matemáticas y su relación con el diseño de procesos formativos. El trabajo que presentamos se inserta en esta propuesta y reportamos resultados de un proyecto de investigación sobre la introducción temprana al pensamiento algebraico en entornos tecnológicos de aprendizaje (Logo, Excel y eXpresser) desarrollado con profesores y estudiantes de educación básica con dos rutas de acceso al pensamiento algebraico: el razonamiento proporcional y los procesos de generalización. El proyecto se acompaña de una página web para el seguimiento y para hacer accesibles a un público amplio de profesores los materiales de enseñanza utilizados en el estudio.

Teacher-centered studies have defined research agendas on learning and teacher professional development in mathematics and its relationship to the design of training processes. The present paper is inserted in this proposal and reports results of a research project on early introduction to algebraic thinking in technological learning environments (Logo, Excel and eXpresser) developed with teachers and students of basic education with two routes to algebraic thinking: proportional reasoning and generalization processes. The project is accompanied by a website to monitor and to make them accessible to a wide audience of teachers teaching materials used in the study.

INTRODUCCIÓN

Las investigaciones sobre la introducción temprana al pensamiento algebraico han proliferado en los últimos años bajo el nombre genérico de *Early algebra*, dentro de la cual se estudia la factibilidad de iniciar a los estudiantes de primaria en conceptos básicos del álgebra, para garantizarles los antecedentes necesarios para la adquisición del lenguaje algebraico en la escuela secundaria.

Se han realizado diversos estudios sobre la iniciación temprana al álgebra: *El sentido de las operaciones* (Slavit, 1999); *El tratamiento de las operaciones y las funciones* (Carraher, Schliemann, y Brizuela, 2000, 2001); *Generalización y formalización progresivas* (Kaput y Blanton, 2000); *Álgebra en la escuela elemental*, Schliemann, Carraher, Brizuela y Earnest (2003); *La reificación* (Sfard y Linchesvski, (1994). Estos estudios en general, han identificado temas curriculares de la escuela elemental que pueden ser explotados para introducir a los alumnos de ese nivel escolar a algunas ideas algebraicas importantes. Para Butto y Delgado (2012), el álgebra temprana se refiere a la introducción del pensamiento algebraico a edades que van del cuatro al sexto año de primaria y primero de secundaria del ciclo escolar.

En el curriculum mexicano, la enseñanza y el aprendizaje del álgebra se pospone al ciclo de educación secundaria (séptimo a octavo año), se argumenta la dificultad inherente a los contenidos matemáticos, inaccesibles a edades tempranas. Actualmente, la literatura en esta área es bastante extensa y se exponen diversos acercamientos que pueden resultar opuestos. Algunos, por ejemplo, proponen una iniciación a través de experiencias conceptuales del álgebra, sin el uso prematuro de la simbolización formal otros proponen dicha iniciación vía la utilización de su simbología como un medio para representar situaciones concretas para los estudiantes.

El estudio se ubica al final del currículo de la escuela primaria, en la franja del pensamiento pre-algebraico, donde aún no se instruye a los alumnos en la sintaxis algebraica. Se introducen las ideas algebraicas en dos versiones: *pre-simbólica* (relacionada con la idea de variación proporcional) y *simbólica* (en tareas de encontrar y expresar una regla general) Específicamente, se parte de la variación y se pasa a tratar con la noción de número general vía procesos de generalización y expresión de la generalidad.

Objetivos:

1. Estudiar la introducción temprana al pensamiento algebraico en estudiantes de 5° y 6° grado de primaria y 1o de secundaria en *entornos tecnológicos de aprendizaje*, 2. Poner a prueba secuencias de actividades sobre procesos de generalización con tecnologías digitales.

MARCO TEÓRICO

Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje de Simon (1995) tiene como elemento principal las decisiones que se toman en el trayecto de enseñanza respecto a la tarea matemática. La atención se centra en la relación creativa entre el objetivo del profesor y el aprendizaje del estudiante. Cobb, Visnovska y Zhao (2008) señalan que una trayectoria hipotética de aprendizaje se sustenta en conjeturas sobre las formas en las que los niños reorganizan colectivamente su razonamiento para provocar el aprendizaje.

En la figura 1 aparece el ciclo de enseñanza de las matemáticas, y se incluyen elementos que conforman la trayectoria hipotética de aprendizaje, como un modelo de interrelación cíclica entre los aspectos de conocimiento de los maestros, los objetivos de enseñanza y la toma de decisiones sobre las actividades.

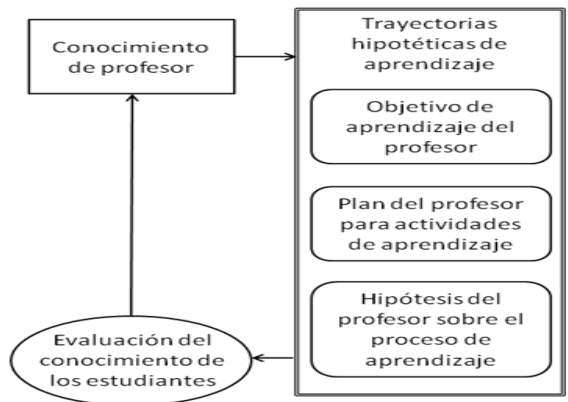


Figura 1. Ciclo de la enseñanza de las matemáticas (Simon, 1995, p. 136)

En el ciclo de enseñanza se hace evidente que la selección de los conceptos matemáticos es el punto de partida de la trayectoria hipotética y resulta crucial que el investigador profundice sobre las conceptualizaciones iniciales de los niños, para que el plan de actividades y la conjetura sobre los procesos de aprendizaje tengan coherencia con el punto de partida del objetivo de la enseñanza.

Lupiañez y Gómez (2007) ofrecen una adecuación de la noción de trayectoria hipotética de aprendizaje que posibilite a los profesores diseñar, llevar a la práctica y evaluar las actividades de enseñanza a través de un procedimiento cíclico de análisis. Aunque la adecuación de Lupiañez y Gómez (2007) esta propuesta como herramienta para la formación de profesores en el diseño de unidades didácticas, esta adecuación que presentan como el análisis didáctico, cumplen con el supuesto de que sean los profesores quienes participen durante todo el proceso y el análisis didáctico se convierte en una expresión local de un diseño global.

El análisis didáctico (Gómez, 2002) consiste en cuatro momentos o actividades, las cuales son: análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación. En este escrito se énfasis en el análisis cognitivo como un mecanismo para identificar las capacidades que los estudiantes tienen antes de la instrucción, lo que permite formular hipótesis sobre cómo los niños avanzan en el proceso de aprendizaje, cuáles podrían ser las dificultades y los errores a los que se enfrentarían al realizar las tareas que componen las actividades de instrucción.

CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS

Investigación de corte cualitativo, se estudian los fenómenos que ocurren durante los proceso de enseñanza y aprendizaje como un conjunto de diversas variables que deben considerar a partir de una visión más dinámica, con el propósito de comprender los procesos, los significados y la naturaleza social del aprendizaje.

Población

Participaron 121 alumnos de educación básica de escuelas públicas; 33 de ellos pertenecían al 4to grado de primaria, 38 al 5to grado de primaria y 50 pertenecían al 1ero de Secundaria, de dos entidades federativas, Estado de México y Distrito Federal.

Montaje experimental:

El estudio consta de cuatro etapas, pero aquí sólo haremos mención a dos de las cuatro etapas del estudio que corresponden al 1) Diseño y aplicación de evaluaciones iniciales de las dos rutas conceptuales: razonamiento proporcional y procesos de de generalización, 2) Diseño y validación de constructos. Los resultados aquí reportados se refieren específicamente a los procesos de generalización.

RESULTADOS DE LA PRIMERA ETAPA: CUESTIONARIO INICIAL SOBRE PROCESOS DE GENERALIZACIÓN

Las respuestas al cuestionario inicial fueron categorizadas en niveles de conceptualización matemática. Las dimensiones de análisis consistieron en estrategias de resolución de problemas: **Estrategia aditiva**

(PA). Estrategias intermedia entre lo aditivo y lo multiplicativo (PI), esto indica que los estudiantes se encuentran en una etapa de transición. En lo que respecta a las ideas de secuencia aritmética, secuencia geométrica, relación cuadrática y número general, los estudiantes utilizaban predominantemente estrategias aditivas y estrategias intermedias. En lo que refiere a los problemas que exploraban la idea variable como relación funcional, los estudiantes percibían la existencia de relaciones entre cantidades. Ellos percibían cómo los valores de una de las variables de aumento y disminución, pero no fueron capaces de expresar este hecho. Ellos eran capaces de expresar relaciones entre cantidades en una tabla, pero presentaron algunas dificultades para expresarlas por medio de una regla general. En su lugar, tuvieron que hacerlo con una descripción paso a paso que no permitía generalizar la relación.

RESULTADOS DE LA SEGUNDA ETAPA: ANÁLISIS DE CONSISTENCIA INTERNA PARA LOS PROCESOS DE GENERALIZACIÓN.

Un primer análisis de consistencia interna del instrumento de procesos de generalización mostró muy buen indicador de consistencia interna para dos dominios: (Relación Cuadrática y número general, ambos con un coeficiente alpha de Cronbach = 0.86) y con indicadores aceptables para dos dominios (secuencia aritmética creciente y decreciente = 0.65 y figuras de secuencia = 0.58). Los índices de consistencia interna por dimensiones, además se muestran cuanto disminuye o aumenta el índice si se elimina alguno de los ítems. Los índices están representados en alpha de Cronbach, y estas oscilan entre 0.50 y 0.80; lo cual nos dice que los índices van de regulares a buenos según algunos parámetros estadísticos utilizados en las ciencias sociales. La dimensión secuencia aritmética fue la que presentó un índice más bajo ($\alpha 0.58$); en esta dimensión no pudo haber una comparación de cómo afectaría el alpha de Cronbach, pues solo se tienen dos indicadores y el programa no permite según ciertas leyes hacer el análisis.

Un segundo paso fue el análisis factorial confirmatorio para comprobar la organización de las tareas o indicadores, de acuerdo con los cuatro dominios de generalización (Secuencia aritmética creciente y decreciente, Relación Cuadrática y Variable o número general) En lo que respecta al primer análisis (análisis de consistencia interna del instrumento de procesos de generalización) mostró muy buen indicador de consistencia interna para dos dominios (relación cuadrática y número general, ambos con un coeficiente alpha de Cronbach 0.80 y 0.73 respectivamente) y con indicadores aceptables para dos dominios (secuencia aritmética creciente y decreciente = 0.64 y figuras de secuencia = 0.58).

CONCLUSIONES

Una introducción temprana al pensamiento algebraico parece oportuna y en correspondencia con perspectivas de naturaleza histórica y curricular. Al explorar los procesos de generalización como una vía hacia el pensamiento algebraico, surgen dificultades iniciales, pero los estudiantes muestran evidencia de que pueden ir superando dichas dificultades iniciales. Estas dificultades propias de la transición del campo de las estructuras aditivas a las multiplicativas en las siguientes etapas del estudio (actividades didácticas sobre las dos rutas en entornos Logo, Excel y eXpresser, y las evaluaciones finales), con el propósito de observar y caracterizar obstáculos y ofrecer a estudiantes y profesores

actividades de enseñanza que les permitan explorar competencias algebraicas como metas de aprendizaje.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos el apoyo económico del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología SEP/SEB-CONACYT Proyecto número 145906 proyecto de investigación denominado “Introducción temprana al pensamiento algebraico en entornos tecnológicos de aprendizaje: un estudio teórico-experimental en el nivel básico”, en el marco del cuál se desarrolla el trabajo aquí presentado.

Referencias

- Blanton, M. & Kaput, J. (2002). Design Principles for Tasks that Support Algebraic Thinking in Elementary School Classrooms. *Proceedings of the 26 Annual Meeting Psychology of Mathematics Education*, 2, 104-112.
- Butto, C & Delgado, J. (2012). Rutas hacia el álgebra: actividades en Excel y Logo, México, D.F, UPN-SEP, CONACYT. Horizontes Educativos.
- Carraher, D, Shliemann, A & Brizuela, B. (2001). Operate you on Unknowns?, *PME*, 25 *Psychology of Mathematics Education*, 1, 130-140.
- Carraher, D. & Earnest, D. (2003). Guess my Rule Revisited. *PME*, 27 *Psychology of Mathematics Education, Honolulu*, 1, 173-180.
- Carraher, D., Schliemann, A & Brizuela, B (2000). “Early Algebra, Early Arithmetic: Treating Operation as Functions”, conferencia magistral presentada en el *PME-NA XXI; Tucson, AZ, 7 a 10 de Octubre*.
- Cobb, P. Visnovska, J, & Zhao; Q. (2008). Learning from and Adapting the Theory of Realistic Mathematics Education. In: *Education & Didactique*, vol 2, n°1.
- Gómez, P. & Lupiáñez, L. (2007). *Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. PNA*, 1(2), 79-98. Ciudad
- Kaput, J. & Blanton, M. (2000). “Generalization and progressively formalizing in a third-grade mathematics classroom: Conversations about even and odd numbers”, conferencia magistral presentada en *PME-NA XXII; Tucson, Arizona, 10 de octubre de 2000*.
- Sfard, A. & Linchevski, L. (1994). “The Gains and Pitfalls of Reification The Case of Algebra”, *Educational Studies in Mathematics*, vol. 26, pp. 191-228.
- Simon, M. (1995). Reconstructing mathematical pedagogy from a constructivist perspective. *In: Journal for Research in Mathematics Education*, 26/2, 114-145.

