

2013-02

Un elemento fundamental en la formación de profesores: Conocimiento matemático para la enseñanza

Sosa, Leticia

Sosa, L., Torres, M., Borjón, E. "Un elemento fundamental en la formación de profesores: Conocimiento matemático para la enseñanza" 2013. In Preciado Babb, A. P., Solares Rojas, A., Sandoval Cáceres, I. T., & Butto Zarzar, C. (Eds.). Proceedings of the First Meeting between the National Pedagogic University and the Faculty of Education of the University of Calgary. Calgary, Canada: Faculty of Education of the University of Calgary.

<http://hdl.handle.net/1880/49737>

Downloaded from PRISM Repository, University of Calgary

UN ELEMENTO FUNDAMENTAL EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES: CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA

Leticia Sosa,
Mónica Torres y
Elvira Borjón

Universidad Autónoma de Zacatecas (México)

Una de las perspectivas de investigación en la formación de profesores de matemáticas con mayor auge a partir de los 80's es el conocimiento profesional del profesor. Esto se muestra en la existencia de varios estudios acerca del conocimiento del profesor y la enseñanza, trabajados bajo distintos marcos de referencia, entre los más trascendentales se pueden mencionar los de Elbaz (1983), Schön (1983) y Shulman (1986), los cuales influyeron en la dirección de la investigación sobre profesores (Ponte y Chapman, 2006). La complejidad del conocimiento profesional del profesor ha sido y sigue siendo discutida en distintos escenarios académicos internacionales, prueba de ello es el Research Fora¹ celebrado en el PME² (2009), en el que se discutieron tres perspectivas específicas de las matemáticas: Mathematics for Teaching (Davis y Simmt, 2006), Knowledge Quartet (Rowland, Huckstep y Thwaites, 2005) y Mathematical Knowledge for Teaching (-MKT- Ball, Thames y Phelps, 2008). Ante la diversidad de perspectivas, nuestro grupo de investigación ha partido del MKT para llevar a cabo estudios en nivel secundaria y bachillerato principalmente, últimamente con mayor énfasis en el subdominio del Conocimiento del Contenido y Estudiantes (KCS³) en el área de Álgebra (Ruiz y Sosa 2011; Vázquez y Sosa 2011; Sosa y Carrillo, 2010; Sosa, 2012). En este artículo se presentarán algunos aspectos para hacer notar la importancia de realizar estudios sobre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas, en particular sobre el conocimiento matemático para la enseñanza; y se mostrarán algunos resultados obtenidos de las investigaciones, centrados en el KCS usando el modelo MKT como marco de referencia.

One of the main perspectives on mathematics teachers training research since the early 80's focuses on the topic about teacher professional knowledge. This fact is highlighted by the great deal of studies about teaching and the knowledge of the teacher, devised from frames of reference as diverse as Elbaz (1983), Schön (1983), and Shulman (1986), which influenced the direction of research about teachers (Ponte & Chapman, 2006). The complexity of the professional knowledge of the teacher has been and is still being discussed in various international academic scenarios as prestigious as the Research

¹ Titulado Teacher knowledge and teaching: considering a complex relationship through three different perspectives.

² En la reunión del grupo de Psychology of Mathematics Education (PME) celebrado en Tesalónica, Grecia, 2009.

³ KCS por sus siglas en inglés de Knowledge of Content and Students.

*Fora*⁴ held in the PME⁵ (2009), in which three specific perspectives of Mathematics were discussed: *Mathematics for Teaching* (Davis & Simmt, 2006), *Knowledge Quartet* (Rowland, Huckstep & Thwaites, 2005) and *Mathematical Knowledge for Teaching* (-MKT- Ball, Thames & Phelps, 2008). Among so diverse perspectives, our research group have adopted the MKT as a departure model to conduct studies at levels secondary and high school mainly. We have lately concentrated on the subdomain of the knowledge of the content and students (KCS) in relation to Algebra (Ruiz & Sosa 2011; Vazquez & Sosa 2011; Sosa & Carrillo, 2010; Sosa, 2012). In this paper we present some aspects in order to highlight the importance of conducting studies on the professional knowledge of the mathematics teacher, in particular about the mathematical knowledge for teaching, and we will display several results obtained from our researches, which have been centered on the KCS with the MKT model as frame of reference.

LA IMPORTANCIA DE REALIZAR ESTUDIOS SOBRE EL CONOCIMIENTO PROFESIONAL

Muchas de las veces se subestima el proceso de enseñanza-aprendizaje, sin tomar en cuenta que el proceso no es sencillo porque en él se combinan diversos factores complejos (sociales, culturales, científicos, cognitivos, individuales, grupales, afectivos, contextuales, económicos, etc.). En general, “enseñar es un oficio difícil, tal vez despiadado, pues no podemos dar a nuestros alumnos lo que nosotros no somos” (Servais, 1980, p.79). Hoy en día, ante la sociedad, el profesor es visto como el encargado de enseñar y en consecuencia, es él quien ha de afrontar profesionalmente las tareas de su labor docente.

En este estudio se asume que el profesor de matemáticas es considerado como un profesional, por tanto, es él quien ha de poseer un conocimiento profesional (CP), dado que esa es una de las características de los profesionales. Consideramos que uno de los principales elementos que componen el CP del profesor es el conocimiento matemático para la enseñanza. Además, se concibe a la práctica docente como una profesión donde el mismo profesor debe ser científico e ir construyendo el objeto a enseñar. Por tanto, es muy importante la formación del profesor dado que, en la mejora de la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje se requiere imprescindiblemente de la calidad de su profesorado (Sosa, 2006).

ASPECTOS SOBRE EL MKT

Consideraciones iniciales

Existen distintos marcos de referencia (Elbaz, 1983; Schön, 1983; Shulman, 1986) que influyeron en la dirección de la investigación sobre profesores (Ponte y Chapman, 2006). A la fecha podemos mencionar tres perspectivas específicas de las matemáticas: *Mathematics for Teaching* (Davis y Simmt,

⁴ Entitled: Teacher knowledge and teaching: considering a complex relationship through three different perspectives.

⁵ At the meeting of the International Group of Psychology of Mathematics Education (PME) held at Thessaloniki, Greece, 2009

2006), Knowledge Quartet (Rowland, Huckstep y Thwaites, 2005) y Mathematical Knowledge for Teaching (-MKT- Ball, Thames y Phelps, 2008).

El modelo del MKT surge de investigaciones centradas en el conocimiento matemático para la enseñanza, en particular, en nivel primaria. Los estudios son realizados **a partir de la práctica del profesor**. Ball et al. (2008) proponen un modelo multi-dimensional en el cual hacen un refinamiento de las dimensiones del conocimiento del contenido y al conocimiento didáctico del contenido propuesto por Shulman (1986), adaptado a las matemáticas.

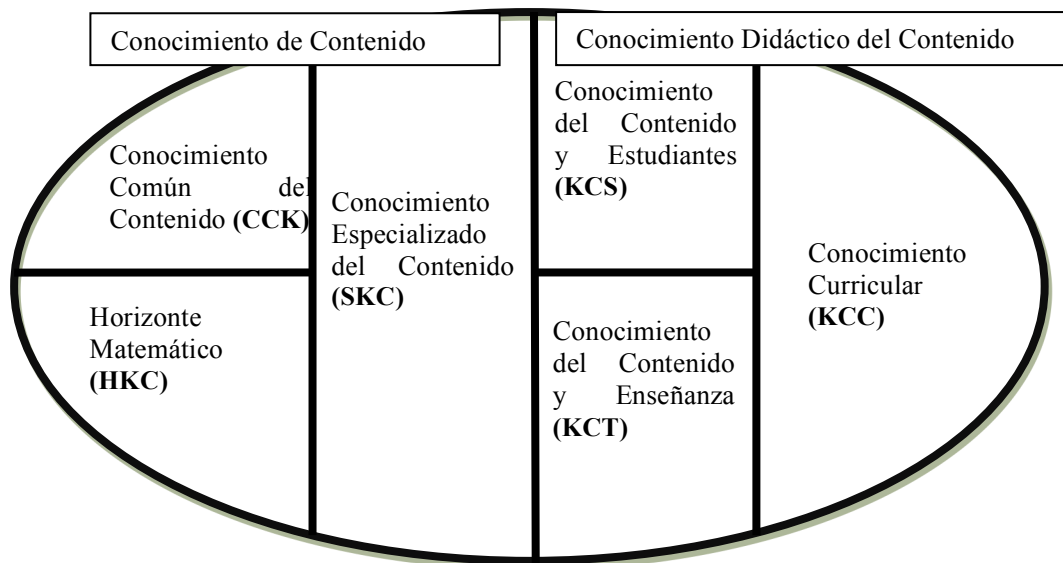


Figura 1. Dominios del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT). (Ball et al., 2008).

De manera sucinta podemos expresar que el CCK se refiere al conocimiento del profesor en cuanto a saber hacer las tareas matemáticas que asigna a sus estudiantes, el SKC es el conocimiento matemático puro que quien lo ocupa para la enseñanza es el profesor y el HCK es el conocimiento del profesor referente a la relación intra y extramatemática del contenido que imparte. El KCT consiste del conocimiento del profesor en cuanto a la conjunción contenido y principios pedagógicos para enseñar un contenido matemático concreto y el KCC es referido al conocimiento del profesor en cuanto a aspectos curriculares.

El KCS es el conocimiento de los profesores para entender el contenido matemático y saber y/o predecir lo que los estudiantes pueden pensar o hacer matemáticamente. En este sentido, se puede establecer que desde este punto de vista, es necesario que el profesor adquiriera la habilidad de saber anticipar cómo piensan los estudiantes las matemáticas. El KCS también incluye las habilidades de los profesores para identificar los conceptos previos, las dificultades de aprendizaje y **concepciones erróneas** que traen los estudiantes acerca de un contenido matemático particular.

En este sentido, tomando en cuenta el KCS, en un taller para profesores de nivel bachillerato y superior (de una semana, dos horas diarias), se les explicó a un grupo de 28 profesores, el modelo del MKT (Ball et al. 2008) y centrados en el KCS (con énfasis en las concepciones erróneas de los estudiantes en

un contenido matemático concreto) se les asignó una tarea a los profesores (a realizar por parejas): Identificar un error que ellos consideren frecuente en los estudiantes y explicar los posibles razonamientos del estudiante que conllevan a ese error. Más aún, no conformes con eso, también se les pidió a los profesores proponer un tratamiento para subsanar el error detectado.

Enseguida se presentan algunos aspectos referentes al desarrollo de esa tarea.

ALGUNOS RESULTADOS

Exposición de la realización de la tarea, ante los demás compañeros (Discusión grupal, aportaciones de los demás profesores).

Enseguida se muestra lo presentado por una pareja de profesores.

Ejemplo de un error frecuente en Matemáticas

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2$$

Posibles razones:

- Debido a inferencias o asociaciones incorrectas generados por aplicar reglas y propiedades justificadas por esquemas similares.
- O por inferir que son válidas en contextos parecidos o relacionados.

Tratamiento para subsanar el error:

La pareja de profesores que presentó ese error y esas posibles razones a las que se puede deber ese error, proponen un abordaje geométrico y numérico.

Un abordaje geométrico: Si a y b son dos números positivos, podría considerarse un cuadrado de lado $a + b$ y, efectuando las divisiones que se observan en la Figura 2, observar que el área del cuadrado estará dada por la expresión $(a + b)^2$ la cual es igual a la suma de las áreas de dos cuadrados de áreas a^2 y b^2 , respectivamente, y de dos rectángulos iguales de áreas ab . A través de este modelo gráfico entonces, el alumno no sólo puede advertir que $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$, sino también que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (1).

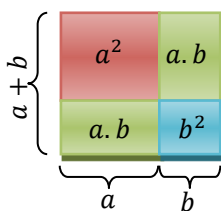


Figura 2

Ante esta propuesta, otra profesora plantea otras consideraciones: ¿Qué sucedería si alguno de los números fuera negativo? ¿Sería útil el mismo modelo?

Estas preguntas provocan una reflexión en la pareja de profesores que brindó el tratamiento geométrico y al siguiente día, esa pareja expresa que este tratamiento sea complementario a un abordaje numérico y al respecto, explican lo siguiente:

Un abordaje numérico: Si a y b son dos números distintos de cero, por ejemplo: $a = 2$ y $b = -1$, es inmediato notar que $2^2 + (-1)^2 = 5$ no es igual a $[2 + (-1)]^2 = (2 - 1)^2 = 1^2 = 1$.

La misma pareja de profesores se había planteado las posibles limitaciones de esta propuesta y al respecto comentan:

También en este caso pueden hacerse otras consideraciones como: ¿siempre ocurrirá esto? ¿No habrá algún par (a, b) para el cual esta igualdad se cumpla? ¿Bastará que haya al menos uno, para generalizar?

El hecho de que sea el propio profesor el que se planteó estas preguntas, da indicio de un posible cimiento para fomentar el SCK.

CONCLUSIÓN

Es importante realizar estudios sobre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas, en particular sobre el conocimiento matemático para la enseñanza (Sosa, 2011). Con la tarea propuesta a los profesores se pudo observar que diseñar, proponer y realizar actividades entorno al KCS, específicamente al analizar los errores de los estudiantes, al tratar de argumentar en pareja y luego en colectivo (grupo) los posibles razonamientos de los estudiantes que los conducen al error, puede dinamizar en los profesores distintos conocimientos del MKT. Por ejemplo, además de enriquecerse del KCS, puede beneficiarse también del KCT, al plantearse qué tratamiento didáctico abordaría para subsanar el error identificado. Inclusive, también podría verse favorecido del SCK al tratar de comprender qué matemática está detrás del contenido matemático y poder valorar si eso se cumple en general o no, matemáticamente hablando.

Referencias

- Ball D.L., Thames, M.H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Davis B. y Simmt E. (2006). Mathematics-for-teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 61(3), 293-319.
- Elbaz, F. (1983). *Teacher thinking: A study of practical knowledge*. Londres: Croom Helm.
- Ponte, J.P. y Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practice. In A. Gutierrez y P. Boero (Eds.). *Handbook of Research of the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*. (pp. 461-494). Rotterdam: Sense Publishing.
- Rowland, T., Huckstep P. y Thwaites A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education* (8), 255-281.
- Ruiz, G. y Sosa, L. (2011). Conocimiento del profesor en cuanto a conocimiento del contenido y estudiantes en el tema de operaciones fundamentales con expresiones algebraicas en bachillerato. *Memorias de la XIV Escuela de Invierno en Matemática Educativa*. En Sosa, L., Rodríguez, R. y Aparicio, E. (Eds.). Zacatecas, México, 9-15.
- Schön, D.A. (1983). *The Reflective Practitioner: how professionals think in action*. New York: Basic Books.
- Servais, W. (1980). Humanizar la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Bachillerato*. Cuaderno monográfico, n.5.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *American Educational Research Association*, 15(2), 4-14.

- Sosa L. (2006). *Tipos de concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas, de su enseñanza y de su aprendizaje. Un estudio con profesores en servicio*. Tesis de maestría no publicada. Cinvestav, México.
- Sosa, L. (2011). *Conocimiento Matemático para la enseñanza en bachillerato. Un estudio de dos casos*. Huelva, España. Tesis doctoral publicada en <http://hdl.handle.net/10272/4509>
- Sosa, L. (2012). Conocimiento del profesor para la enseñanza de las matemáticas. Contribución teórica al conocimiento del contenido y estudiantes. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol. 25 (pp.1151-1159). Disponible en <http://www.clame.org.mx/acta.htm>
- Sosa, L., Carrillo, J. (2010). Caracterización del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) de matrices en bachillerato. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 569-580). Lleida: SEIEM.
- Vázquez, M.G. y Sosa, L. (2011). Conocimiento de contenido y estudiantes que evidencia el profesor de bachillerato al abordar el tema de división sintética. *Memorias de la XIV Escuela de Invierno en Matemática Educativa*. En Sosa, L., Rodríguez, R. y Aparicio, E. (Eds.). Zacatecas, México, 1-8.