2013-02

La intertextualidad en el uso competente del sistema matemático de signos albebraico

Filloy Yagüe, Eugenio

Filloy Yagüe, E., Córdoba Medina, J.M. "La intertextualidad en el uso competente del sistema matemático de signos albebraico / intertextuality in the competent use of mathematical system of algebraic signs" 2013. In Preciado Babb, A. P., Solares Rojas, A., Sandoval Cáceres, I. T., & Butto Zarzar, C. (Eds.). Proceedings of the First Meeting between the National Pedagogic University and the Faculty of Education of the University of Calgary. Calgary, Canada: Faculty of Education of the University of Calgary.

http://hdl.handle.net/1880/49743

LA INTERTEXTUALIDAD EN EL USO COMPETENTE DEL SISTEMA MATEMÁTICO DE SIGNOS ALBEBRAICO / INTERTEXTUALITY IN THE COMPETENT USE OF MATHEMATICAL SYSTEM OF ALGEBRAIC SIGNS

Eugenio Filloy Yagüe y Juan Manuel Córdoba Medina
Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN

Es común que los profesores de educación básica se enfrenten a la problemática de que los estudiantes (nivel de secundaria) que en adelante los llamaremos "aprendices", tengan ciertas dificultades para identificar las estructuras subyacentes a las expresiones algebraicas: estructura superficial y estructura sistémica (Kieran, 1989), de ahí que se generen diversos tipos de errores de sintaxis al manipular expresiones algebraicas o en la resolución de ecuaciones de primer grado o de segundo grado, de tal forma que, aun no se les puede considerar como "usuarios competentes" de un Sistema Matemático de Signos (SMS) Algebraico, es decir, todavía no son capaces de poder leer los textos matemáticos de manera correcta y distinguir las transformaciones permitidas de las que no lo son. Para dar cuenta de cómo los aprendices se convierten en "usuarios competentes" del SMS Algebraico, en la investigación que se realiza con base el marco teórico y metodológico de los Modelos Teóricos Locales (Filloy, 1999), se ha recurrido al concepto semiótico llamado "Intertextualidad", propuesto por Filloy, Rojano y Puig (2011). De manera implícita se han retomado los resultados obtenidos por Córdoba (2005) en cuanto al "uso didáctico de los errores de sintaxis para la resolución de ecuaciones de primer grado", en dicho estudio, se observaran mediante entrevista las competencias de actuación de los aprendices en el dominio de un contenido matemático específico (ecuaciones de segundo grado) en situaciones de enseñanza y aprendizaje como situaciones de comunicación y de producción de sentido, por lo que, ha sido diseñado un modelo de enseñanza apropiado considerando como entornos el uso de lápiz y papel y el uso de CAS (Computer Algebraic Systems), en particular el uso de la Calculadora Texas Instruments Modelo Voyage 200. Cabe mencionar que, en álgebra, los espacios textuales están constituidos por Sistemas Matemáticos de Signos cuyos códigos y tradiciones provienen de los significados atribuidos a ellos por su uso social. Los textos matemáticos no tienen un sentido independiente, esto es lo que podemos llamar intertextuales (Filloy, Rojano y Puig, 2011).

It is common for basic education teachers face the problem of students (secondary school level) that henceforth call them "apprentices", have some difficulties in identifying the underlying structures to algebraic expressions: Surface structure and systemic structure (Kieran, 1989), hence generated different types of syntax errors when manipulating algebraic expressions or solving equations of the first degree or second degree, so that, yet they cannot be considered "competent users" of a Mathematical System of Signs (MSS) Algebraic, that is, they are not yet able to read mathematical texts correctly and distinguish allowable transformations which are not. To account for how learners become "competent users" of MSS Algebraic research is performed based on theoretical and

2013. In Preciado Babb, A. P., Solares Rojas, A., Sandoval Cáceres, I. T., & Butto Zarzar, C. (Eds.). Proceedings of the First Meeting between the National Pedagogic University and the Faculty of Education of the University of Calgary, pp. 127-132. Calgary, Canada: Faculty of Education of the University of Calgary.

methodological framework of Local Theoretical Models (Filloy, 1999), has resorted to semiotic element called "Intertextuality" proposed by Filloy, Rojano and Puig (2011). Implicitly have retaken the results obtained by Córdoba (2005) regarding the "educational use of syntax errors for solving linear equations", in this study, were observed by interview acting shills of learners in mastering a specific mathematical content (quadratic equations) in teaching and learning situations and situations of communication and production of meaning, there for, designed a model appropriate teaching environments considering as using pencil and paper and the use of CAS (Computer Algebraic Systems), in particular the use of the Calculator Texas Instruments Voyage 200 Model. It is noteworthy that, in algebra, textual spaces consist of Mathematical Systems Signs those codes and traditions come from the meanings attributed to them by their social use. Mathematical texts have no independent meaning; this is what we call intertextual (Filloy, Rojano and Puig, 2011).

MODELOS TEÓRICOS LOCALES

El marco teórico y metodológico, para la investigación en Matemática Educativa, se comenzó a desarrollar en la década de los ochenta del siglo pasado; presente ya, de manera implícita, en la tesis doctoral de Teresa Rojano (Filloy y Rojano, 1984; Rojano, 1985). Este marco, después denominado Modelos Teóricos Locales, se usará, a través de sus componentes, para la descripción de las competencias en el dominio de la enseñanza/aprendizaje investigado (Puig, 2008).

El carácter local viene dado por el hecho de que el modelo se elabora para dar cuenta de los fenómenos que se producen en los procesos de enseñanza/aprendizaje de unos contenidos matemáticos dados, con unos alumnos concretos; sólo pretende que el modelo sea adecuado para los fenómenos observados.

El carácter de modelo viene dado, entre otros aspectos, por el hecho de no hacer una afirmación contundente de que las cosas son tal y como las caracteriza el Modelo; sino sólo que, si fueran como en el Modelo, los fenómenos se producirían como se describen.

El Modelo tiene carácter descriptivo, explicativo y predictivo; pero, no excluye que los mismos fenómenos puedan describirse, explicarse y predecirse de otra manera (mediante otro modelo). Los Modelos Teóricos Locales los elaboramos para dar cuenta de los fenómenos que se producen en la enseñanza /aprendizaje en situaciones de comunicación y producción de sentido.

En todo proceso de enseñanza y aprendizaje de un contenido matemático hay cuatro elementos esenciales: El sujeto que enseña (incluso el CAS), el conocimiento matemático, el sujeto que aprende y la comunicación establecida entre el los sujetos. Es necesario, entonces, que todo Modelo Teórico Local explicite la manera en que se entiende cada uno de estos cuatro elementos; lo anterior conduce a considerar cuatro componentes de los Modelos Teóricos Locales (MTL): Componente de Competencia (Modelo Formal); Componente de Procesos Cognitivos (Modelo de Cognición); Componente de Enseñanza (Modelo de Enseñanza) y Componente de Comunicación (Modelo de Comunicación).

Estructura de las expresiones algebraicas

Se ha argumentado que muchas de las dificultades de los estudiantes con el álgebra simbólica y las transformaciones en la misma son debidas a la falta de comprensión de los estudiantes sobre la estructura de la expresiones (Hoch y Dreyfus, 2004). Sobre la estructura cabe distinguir un significado doble: la estructura externa y la estructura interna de una expresión. La estructura externa muestra los términos que componen la expresión, los signos que los relacionan, el orden de los diferentes elementos y relaciones que existen entre ellos (Molina, 2012). Se trataría de la forma gramatical de las expresiones en términos de Esty (1992), la estructura superficial de una expresión en palabras de Kieran (1989) o la estructura sintáctica, según Kirshner (1987). La estructura interna describe el valor de la expresión y las relaciones entre los componentes de la expresión con el mismo. Es necesario que los profesores como usuarios competentes del SMS Algebraico tengan en cuenta que en "el proceso de reconocer, manejar o reproducir una estructura" hay muchas demandas cognitivas que el estudiante tiene que realizar para poder operar con símbolos algebraicos. (Sfard y Linchevski, 1994).

Sistemas Matemáticos de Signos/Texto/Espacio textual/Intertexto

Filloy (1999) introdujo hace ya algún tiempo la necesidad de usar una noción de Sistemas Matemáticos de Signos (SMS) lo suficientemente amplia como para que pueda servir como herramienta de análisis de los textos que producen los estudiantes cuando se les está enseñando matemáticas en los sistemas escolares (y estos textos se conciben como el resultado de procesos de producción de sentido), así como los textos matemáticos históricos, El álgebra simbólica es considerada un sistema matemático de signos (SMS), entendido como un sistema de signos (con su código correspondiente) en el que hay una posibilidad socialmente convencionalizada de generar funciones sígnicas (Filloy, Rojano & Puig, 2008, pág. 7).

Como los textos no han de concebirse como manifestaciones del lenguaje matemático, ni identificarse con los textos escritos, es pertinente utilizar la noción de texto elaborada por Jenaro Talens y Juan Miguel Company como "el resultado de un trabajo de lectura/transformación hecho sobre un espacio textual" (Talens y Company, 1984, pág. 32). Conviene introducir una distinción entre "Espacio Textual" (ET) y "Texto" (T) que se corresponde con la distinción entre "significado" y "sentido". Un texto es el resultado de un trabajo de lectura/transformación realizado sobre un espacio textual, cuya intención no es extraer o desentrañar un significado inherente al espacio textual sino producir sentido. El espacio textual tiene existencia empírica, es un sistema que impone una restricción semántica a quien lo lee; el texto es la nueva articulación de ese espacio, individual e irrepetible, realizada por una persona como consecuencia de un acto de lectura.

Además, la distinción entre ET y T es una distinción entre posiciones en un proceso, porque cualquier T, resultado de una lectura de un ET, está de inmediato en posición de ET para una nueva lectura (y así *ad infinitum*). Tanto el trabajo de los matemáticos, como el de los estudiantes en las clases de matemáticas pueden describirse desde el punto de vista de este proceso reiterado de lectura/transformación de espacios textuales en textos. En particular, desde ese punto de vista un Modelo de Enseñanza es una secuencia de textos que se toman como ET para su lectura/transformación en otros T al crear sentido los estudiantes en sus lecturas. Ahora bien, como el modelo de enseñanza es una secuencia de texto, producidos tanto por el profesor como por el estudiante, y estos textos son el resultado del trabajo de ambos en situaciones de enseñanza que son de hecho situaciones problemáticas (que se toman como espacios textuales).

La intertextualidad, SMS Algebraico y el uso del CAS.

Para poder dar respuesta a ¿cómo lograr que los alumnos aprendan a transformar las expresiones algebraicas en otras equivalentes, mediante proceso válidos?, en la investigación que se lleva a cabo con respecto a cómo los aprendices (estudiantes) se convierten en usuarios competentes del SMS Algebraico, se ha recurrido al uso del concepto semiótico de la intertextualidad con base en , observaciones realizadas en situación de entrevista con enseñanza, sobre los procesos cognitivos derivados de las acciones de los aprendices al resolver Ecuaciones de Segundo Grado con el uso de dos entornos, el entorno tecnológico del CAS (Computer Algebra Systems) como manipulador simbólico, en particular el uso de la Calculadora Voyage 200 de la Texas Instruments (ver Figura 1) y el entorno de lápiz y papel. En el estudio que se realiza, consideramos “a la calculadora como un ejecutante de reglas matemáticas de forma competente. Si la instrucción que se le da es pertinente, la realizará de manera competente y, así, ejecutará las nuevas tácticas necesarias para llevar a cabo una estrategia de resolución, ideada para resolver una situación problemática de matemáticas” (Filloy, 2006, pág. 131).

En cada texto (matemático o no) está presente una red de otros textos propios de una cultura, una sociedad y un momento histórico determinados. Por lo que el intertexto de un texto concreto se refiere al conjunto de textos con los que este texto interactúa en su interior, es decir, el intertexto ofrece las posibilidades de lectura de un texto, que vienen dadas por todos los textos con lo que ese texto está relacionado en una cultura o en una comunidad. Como ya se mencionó los espacios textuales están construidos por Sistemas Matemáticos de Signos cuyos códigos y tradiciones provienen de los significados atribuidos a ellos por su uso social. Los textos matemáticos no tienen un sentido independiente, son lo que podemos llamar intertextuales. (Filloy, Rojano y Puig, 2011).

Los procesos de lectura y transformación permiten trazar tales relaciones en un texto. El proceso de lectura/transformación se convierte en un proceso de moverse entre textos. El sentido proviene de la existencia de la relación entre el texto y todos los textos producidos anteriormente, a los cuales se puede recurrir para su lectura/transformación; moviéndose del texto en cuestión a una red de relaciones textuales. El Texto (T) entonces deviene en un Intertexto (IT).

A continuación se muestra un extracto del proceso de comunicación establecido entre el usuario competente del SMS Algebraico (el profesor), el CAS y el aprendiz (el estudiante), derivado de una entrevista con el uso del Modelo de Enseñanza, en el cual, se van produciendo textos matemáticos a partir de las diferentes transformaciones obtenidas y que resultan ser equivalentes; en este caso, se presenta el proceso que siguieron juntos, el profesor y el aprendiz, para resolver un problema propuesto planteando y resolviendo a su vez, una ecuación de segundo grado, donde fue necesario factorizar el trinomio del primer miembro de la ecuación obtenida.

Profesor: Se requiere saber ¿cuántos metros de malla ciclónica se deben comprar para cercar un terreno de forma rectangular? Se sabe que el área total del terreno es de 36 metros cuadrados, las medidas de los lados del rectángulo están dadas en la Figura 2.

El estudiante observa la figura del terreno, después de identificar los datos, procede a plantear la ecuación: $(x+2)(x+7)=36$, a continuación efectúa el producto indicado en el primer miembro, transpone el término del segundo miembro al primero e iguala con cero (se queda pensativo).

Profesor: ¿Qué te resulto?

Estudiante: Una ecuación de segundo grado (Señala la igualdad: $x^2 + 9x - 22 = 0$)

Profesor: Que tal si la resuelves primero utilizando el CAS, con alguno de los comandos, factor o solve ¿cómo lo harías?

Estudiante: Ummm, voy a utilizar el comando factor.

El estudiante procede a introducir en el CAS, el trinomio del primer miembro de la ecuación utilizando el comando factor: Factor $(x^2 + 9x - 22)$, se obtiene en pantalla como resultado el producto de dos binomios: $(x - 2)(5 \cdot x + 8)$

Profesor: ¿Qué harás ahora para saber el valor de las raíces de la ecuación?

El alumno se dispone a utilizar el lápiz y papel.

Estudiante: Voy a igualar con cero el producto de los binomios para que siga siendo ecuación y después voy a igualar cada factor (señalar cada binomio) con cero.

Profesor: ¿Y al hacer esto qué obtendrás?

Estudiante: Dos ecuaciones de primer grado, y al resolverás obtendré las dos raíces de la ecuación original. (Ver Figura 3)

Profesor: ¿Qué valores obtuviste?

Estudiante: Obtuve $x_1 = -11$ y $x_2 = 2$

Profesor: ¿Son esas las medidas de los lados del terreno?

Estudiante: No, todavía me falta sustituir los valores en los binomios: $x + 2$ y $x + 7$.

Observaciones: Se continúo con el desarrollo de la entrevista, hasta que el estudiante llega a calcular la medida del perímetro del terreno, y con ello, saber cuántos metros de la malla ciclónica son necesarios comprar. También se observó que es capaz de reconocer la equivalencia entre las igualdades; la igualdad de la ecuación que planteo al inicio con la ecuación formada por el trinomio igualado con cero, el producto de los binomios igualado con cero; posteriormente se le solicitó resolver cada una de las ecuaciones anteriores utilizando el comando solve del CAS.

Figura 1 Voyage 200

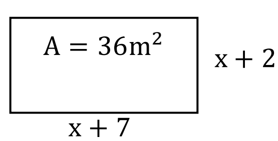

Figura 2

$$(x + 11)(x - 2) = 0$$
$$(x + 11) = 0, \quad (x - 2) = 0$$
$$x_1 = -11, \quad x_2 = 2$$

Figura 3

Referencias

Córdoba, J. M. (2005). Uso didáctico de Errores de Sintaxis para la Resolución de Ecuaciones de Primer Grado con una Incógnita. Tesis de Maestría. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.

Esty, W.W. (1992). Language concepts of Mathematics. Focus on Learnig Problems in Mathematics 14(4), pp.31-53.

Filloy, E. (1999). Aspectos teóricos del algebra educative. México, D.F.: Grupo Editorial Iberoamericano.

Filloy, E. (2006). CAS en EFIT-EMAT. En Rojano, T. (Ed.). Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología: Modelos de transformación de las practicas y la interacción social en el aula, pp. 130-137. México, D.F. Secretaría de Educación Pública.

Filloy, E., Rojano, T., & Puig, L. (2008a). Educational Algebra. A Theoretical and Empirical Approcah. New York: Springer.

Filloy, E., Rojano, T.; Puig, L. (2011). Intertextuality in Algebra. Empirical Evidence Concerning the Solution of Word Problems and of Linear Equations System. 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematic Education. 1, pp. 296. Ankara, Turkia.

Hoch, M. y Dreyfus, T. (2004). Structure sense in high school algebra: The effect of brackets. En M.J. Hoines y A.B. Fuglestad (Ed), Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychoology of Mathematics Educations, 3, pp.49-56. Bergen, Norway: Bergen University College.

Kieran, C. (1989). The early learnig of algebra. A structural perspective, en Wargner y Kieran, (eds), pp. 33-56.

Kirshner, D. (1987). The grammar of symbolic elementary algebra. Unpublished doctoral dissertation,University of British Columbia, Vancouver.

Molina, M. (2012). Proyecto investigado. Plaza del Titular de Universidad. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Puing, L. (2008). Sentido y elaboración del componente de competencia de los Modelos Teóricos Locales en la investigación de la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos. PNA, 2(3), pp. 87-107.

Rojano, T. (1985). De la aritmética al álgebra (un estudio clínico con niños de 12 a13 años de edad). Tesis doctoral. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.

Sfard, A.y Linchevski, L. (1994). The gains and the pitfalls of reification: The case of algebra. Educational Studies in Mathematics, 26(2-3), pp. 191-228.

Talens, J. y Company, J. M. (1984). "The textual Space: On the Notion of Text" The Journal of the Midwest Moden Lenguaje Association, 17 (2), pp. 24-36.